

Università degli studi di Trieste
Laurea magistrale in ingegneria meccanica

ESERCITAZIONI DEL CORSO DI COSTRUZIONE DI MACCHINE E AFFIDABILITÀ

DOCENTE: COSMI FRANCESCA

STUDENTE: LUCA BATTAGLIA

Indice:

- Metodo degli elementi finiti applicato ad una lastra forata
- Alberi variamente caricati
- Albero con gola
- Considerazioni finali

Metodo degli Elementi Finiti applicato ad una lastra forata

IL PROBLEMA

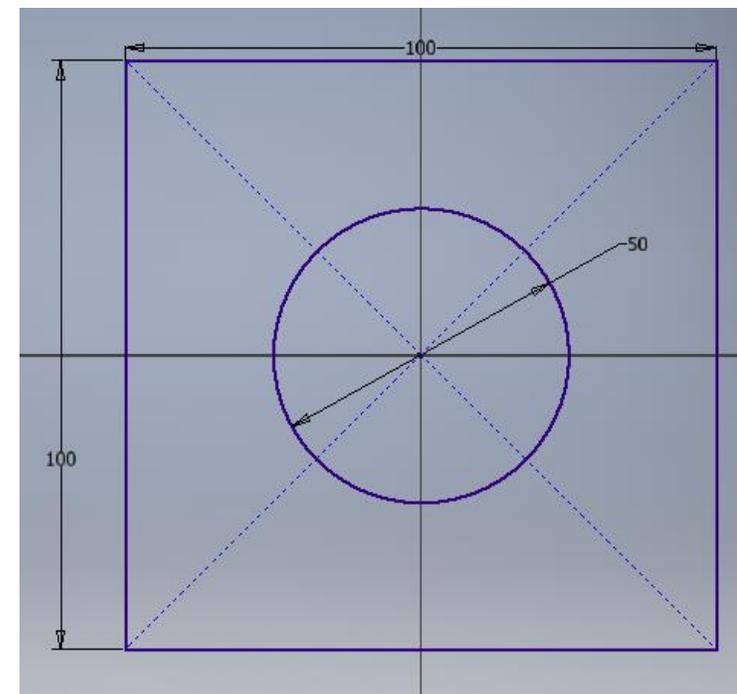
Come noto il foro sulla lastra soggetta a trazione monoassiale induce una sovratensione per l'effetto dell'intaglio. Si vuole confrontare la tensione interna calcolata con il metodo teorico con quella calcolata con il metodo degli elementi finiti.

ALCUNE CONSIDERAZIONI

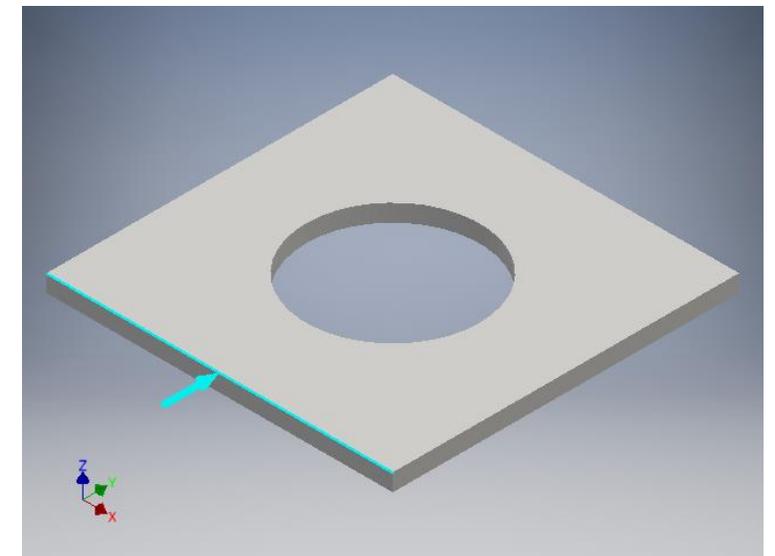
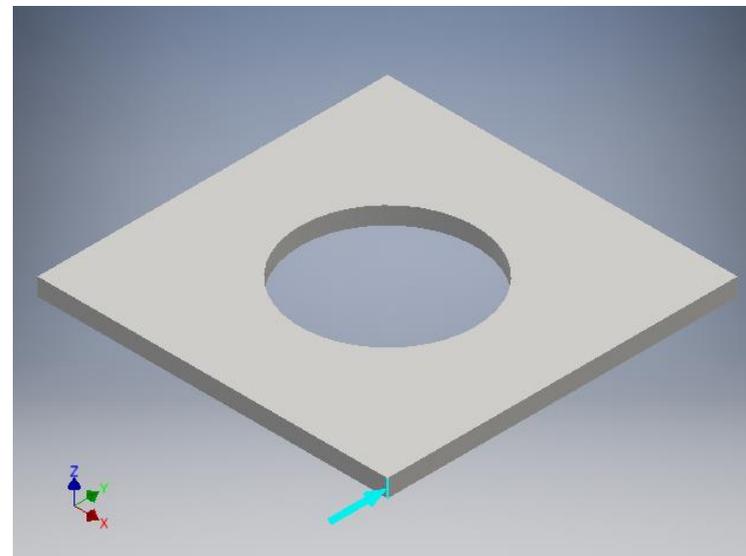
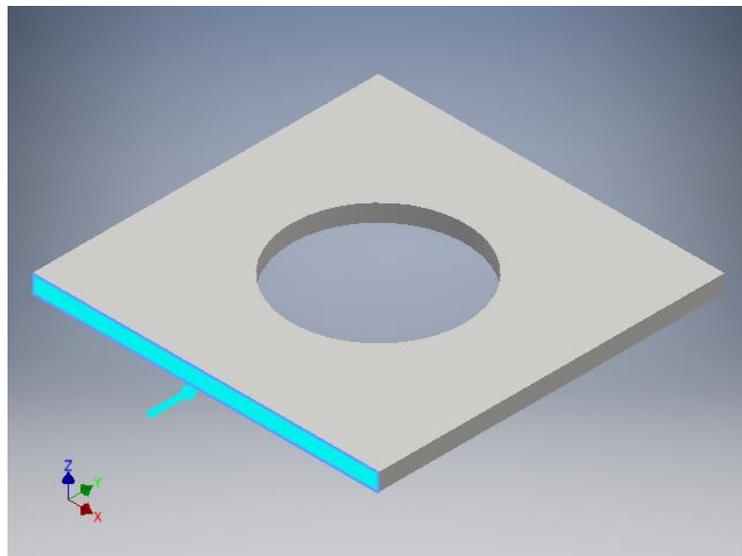
- Con il software prescelto allo scopo, Inventor, si può modellizzare in modi differenti il problema in analisi: il carico può essere applicato al sistema in modo distribuito o puntuale. Un ulteriore metodo è quello di imporre uno spostamento alla sommità della lastra. Si sceglie, per semplicità di paragone con i risultati teorici, la modellizzazione con carico distribuito. Vengono riportati a titolo esemplificativo le prove realizzate sfruttando gli altri metodi.
- Si può sfruttare la simmetria del problema per ridurre la mole di calcoli da far risolvere al programma fem. È possibile allora spingere la mesh a elementi di dimensioni molto inferiori ed aumentare così la precisione dei risultati.

DATI E SCELTA DEI VINCOLI

Nome	Acciaio	
Generale	Densità della massa	7,85 g/cm ³
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
Sollecitazione	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa



Spessore 5mm



Tipo vincolo	Vincolo di fissaggio
Y vettore	0,000 mm

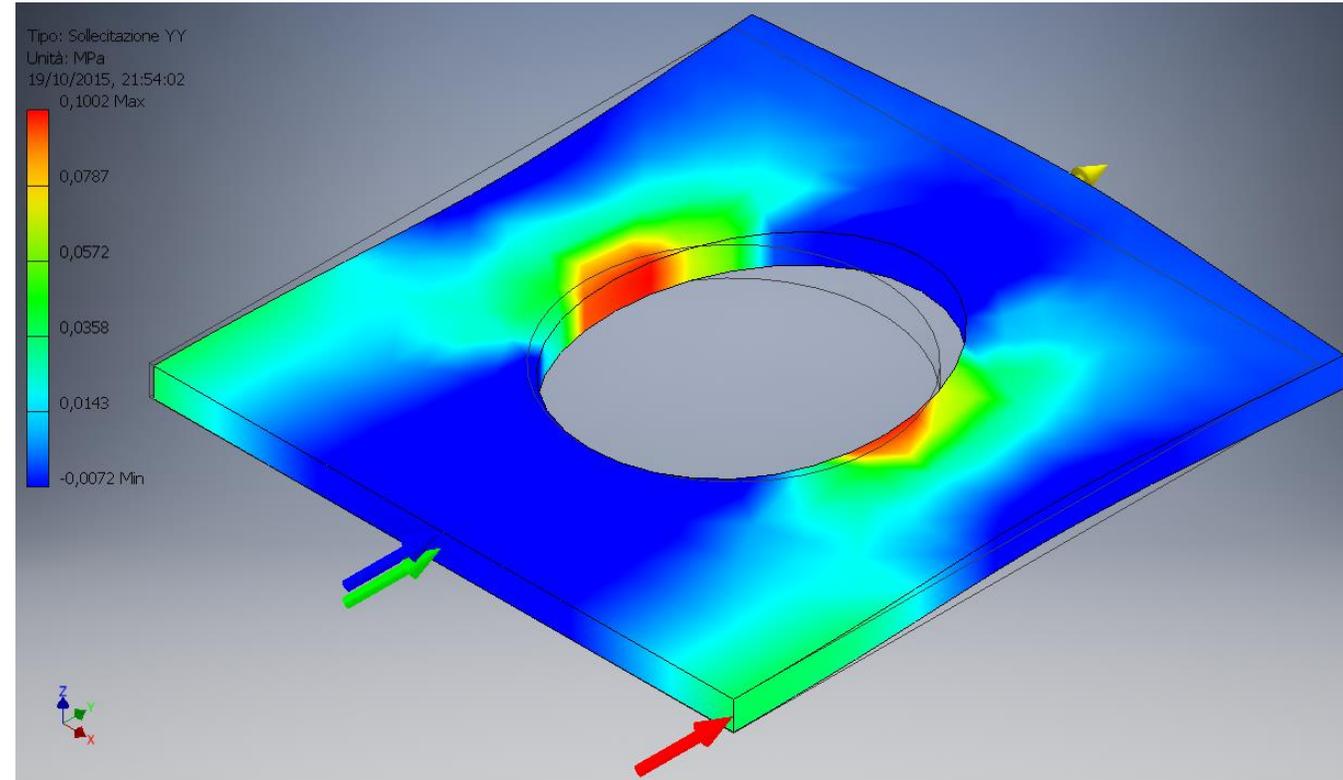
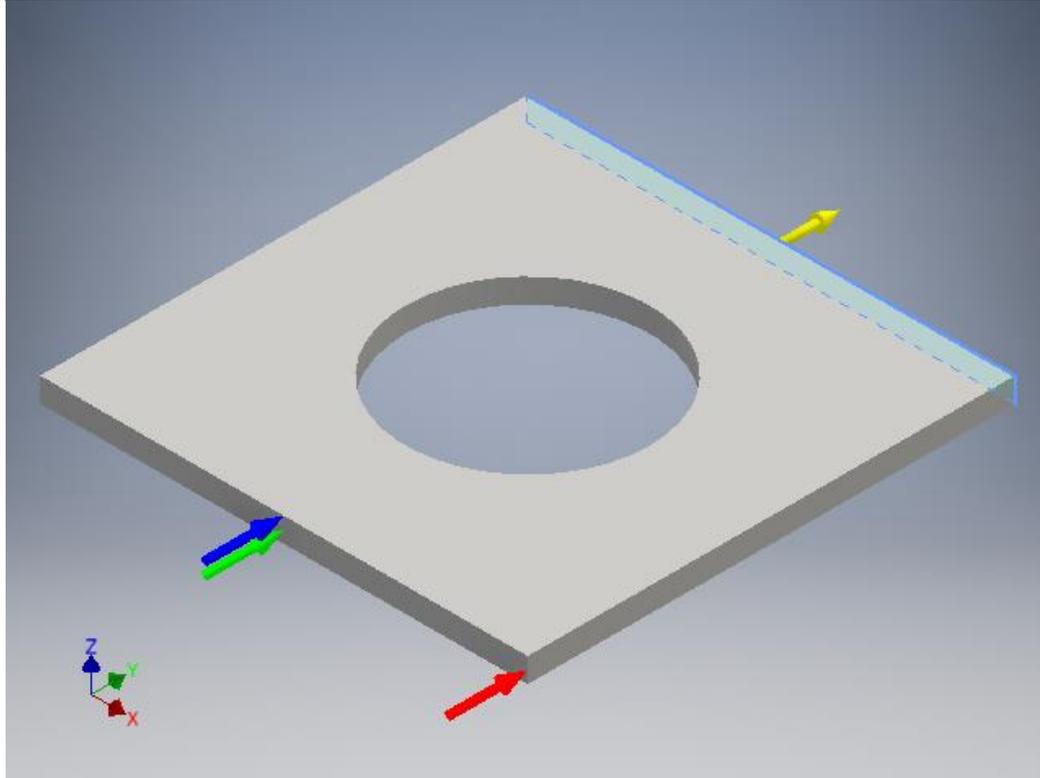
Tipo vincolo	Vincolo di fissaggio
X vettore	0,000 mm

Tipo vincolo	Vincolo di fissaggio
Z vettore	0,000 mm

LE POSSIBILI MODELLIZZAZIONI

Proviamo a modellizzare con carico puntuale

Tipo carico	Forza
Y vettore	10,000 N



$$\sigma_{nom} = \sigma_{yy} = \frac{F}{A} = \frac{10}{(100 - 50) * 5} = 0.04 \text{MPa}$$

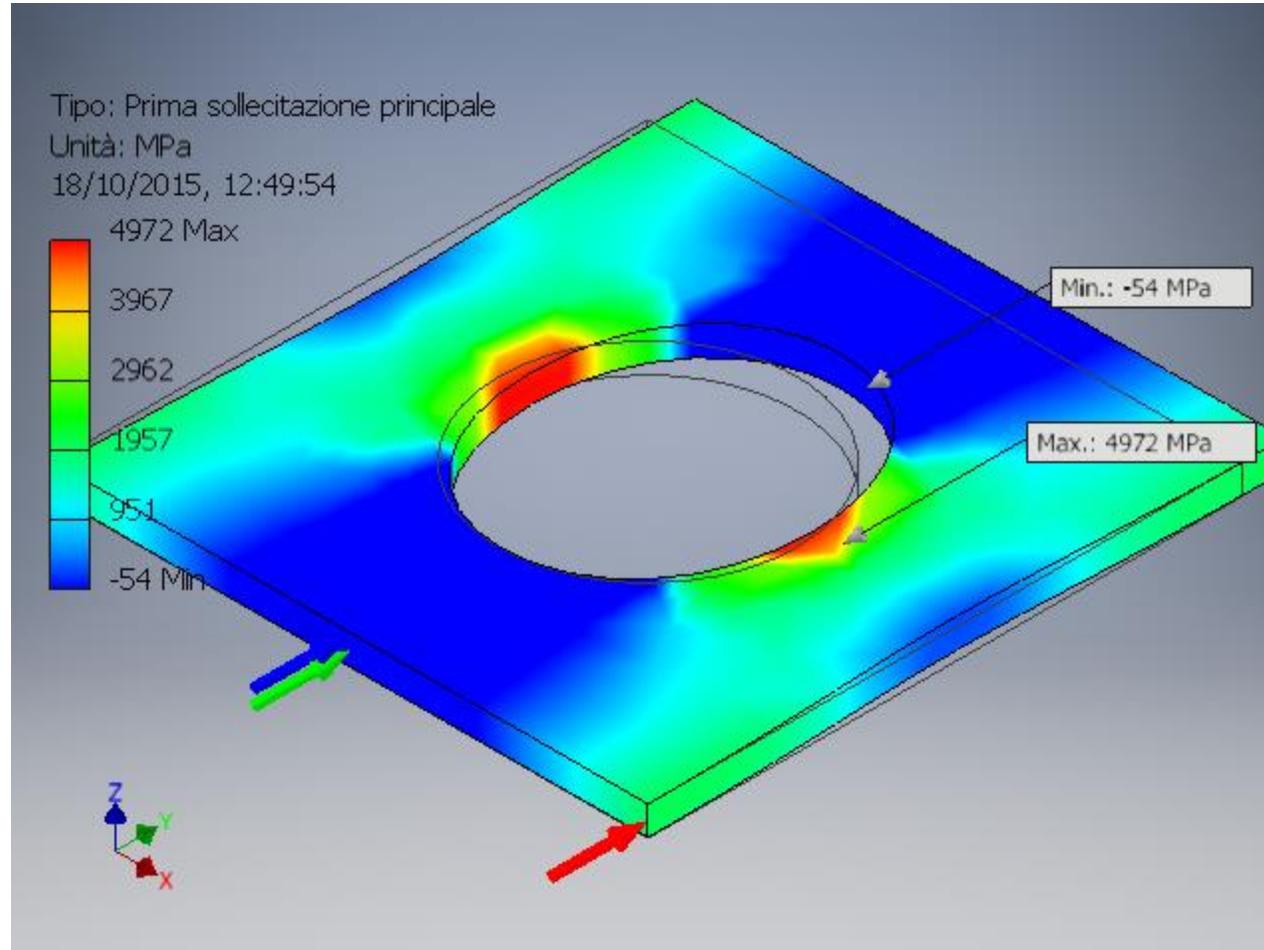
È anche prima tensione principale

$$\frac{d}{H} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ Allora: } K_t = 2,17$$

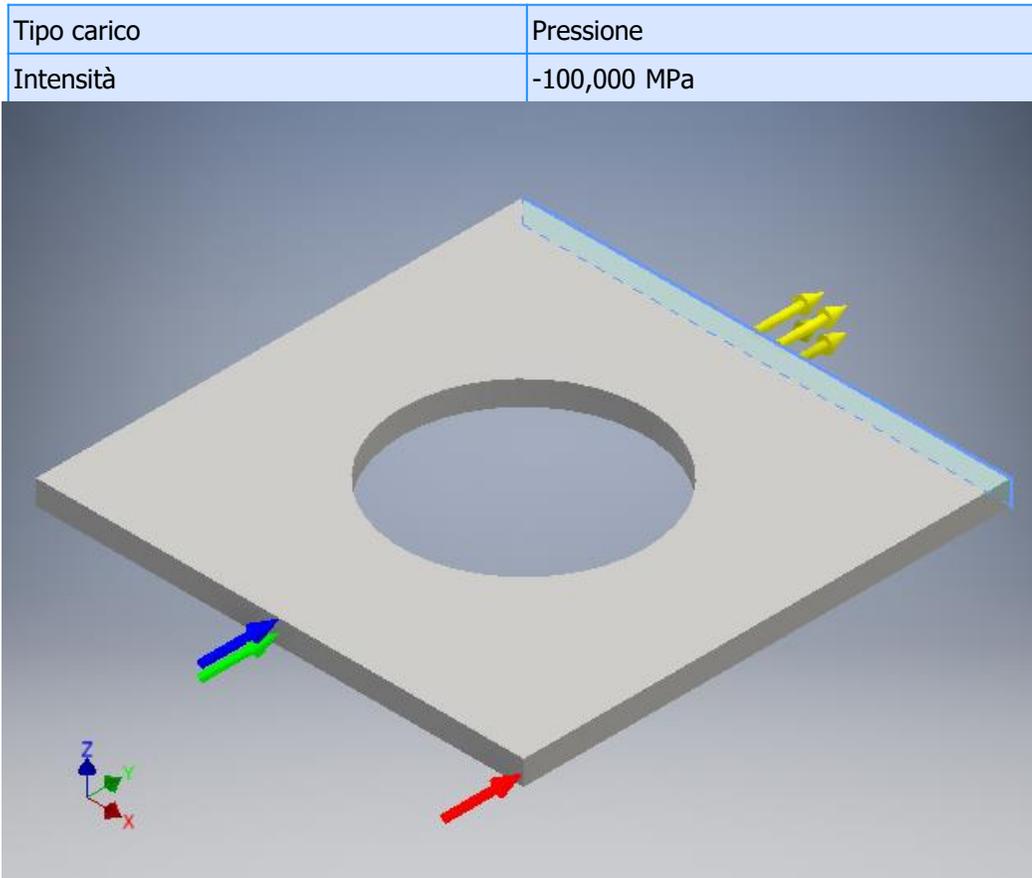
$$\sigma_{th} = \sigma_{nom} * K_t = 0.086 \text{MPa}$$

Risultati fem e analitici compatibili

Imponendo uno spostamento si modella al meglio l'andamento della tensione nel pezzo. Si generano però risultati difficilmente confrontabili con quelli teorici.



MODELLIZZAZIONE CON CARICO DISTRIBUITO



$$\sigma_{nom} = \sigma_{yy} = \frac{F}{A} = \frac{100 * (5 * 100)}{(100 - 50) * 5} = 200\text{MPa}$$

È anche prima tensione principale

$$\frac{d}{H} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ Allora: } K_t = 2,17$$

$$\sigma_{th} = \sigma_{nom} * K_t = 434\text{MPa}$$

Nodi: 1088
Elementi: 464

Impostazioni mesh

Impostazioni comuni

Dimensione media elemento (come frazione della lunghezza del riquadro d'ingombro)	0,100
Dimensione minima elemento (come frazione della dimensione media)	0,200
Fattore di gradazione	1,500
Angolo di rotazione massimo	60,00 gr

Crea elementi mesh curvi

OK Annulla

Tipo: Sollecitazione YY
Unità: MPa
19/10/2015 21:56:48

500,8 Max

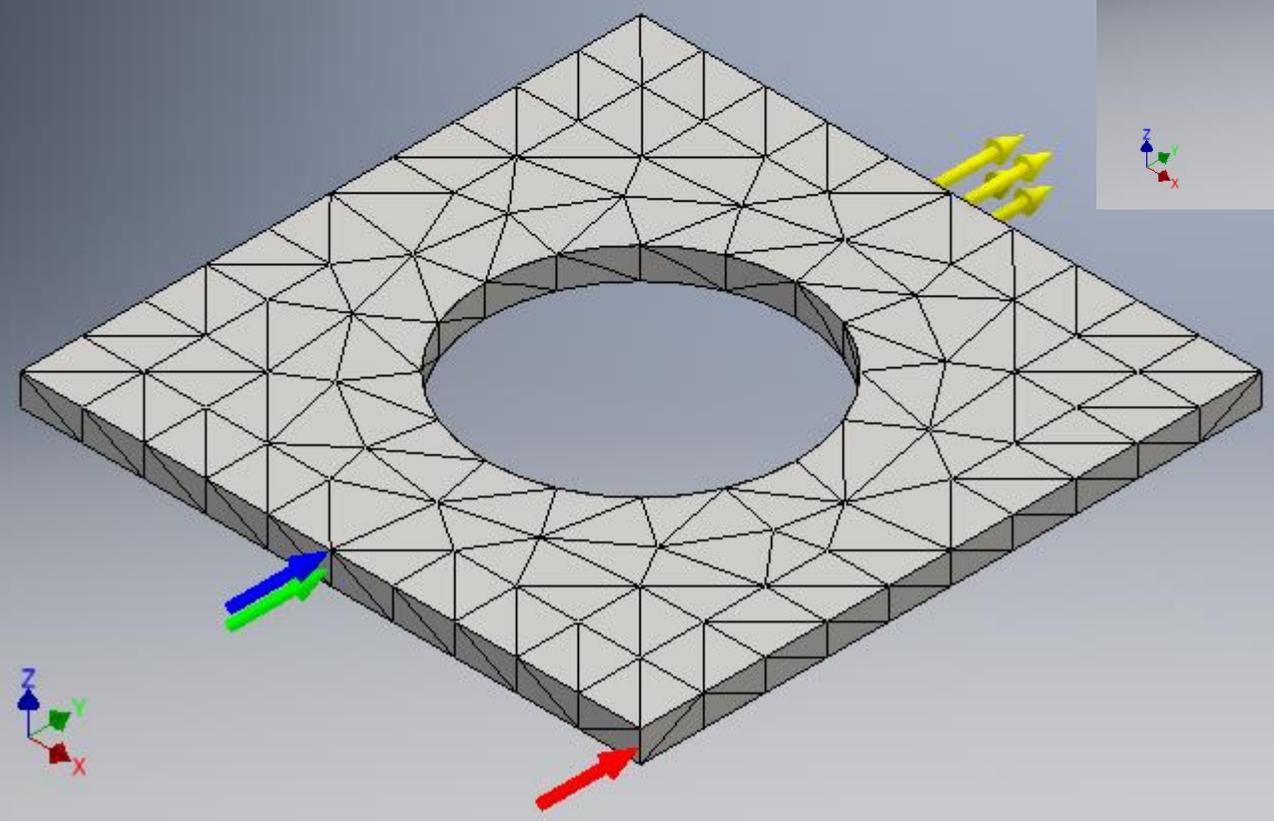
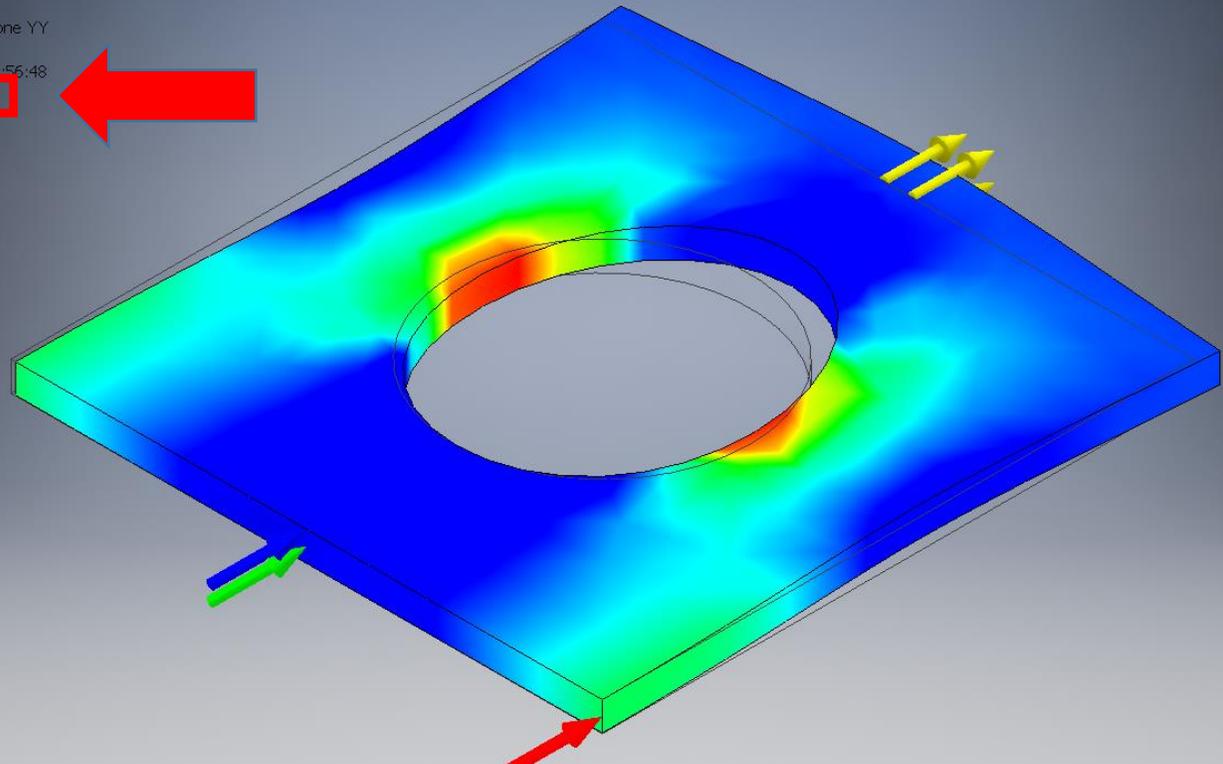
393,5

286,1

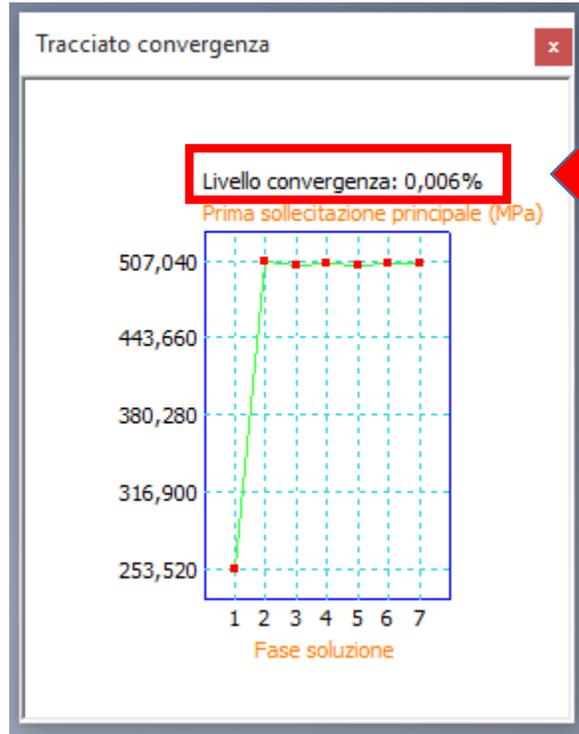
178,8

71,4

-35,9 Min



Usando l'affinamento della mesh aumento la precisione del risultato



Nodi: 17423
Elementi: 10552
Tipo: Sollecitazione YY
Unità: MPa
26/10/2015, 19:57:49



Impostazioni convergenza

7 Numero massimo di affinamenti H

0,100 Criterio interruzione (%)

0,750 Soglia di affinamento H (da 0 a 1)

Risultati da far convergere

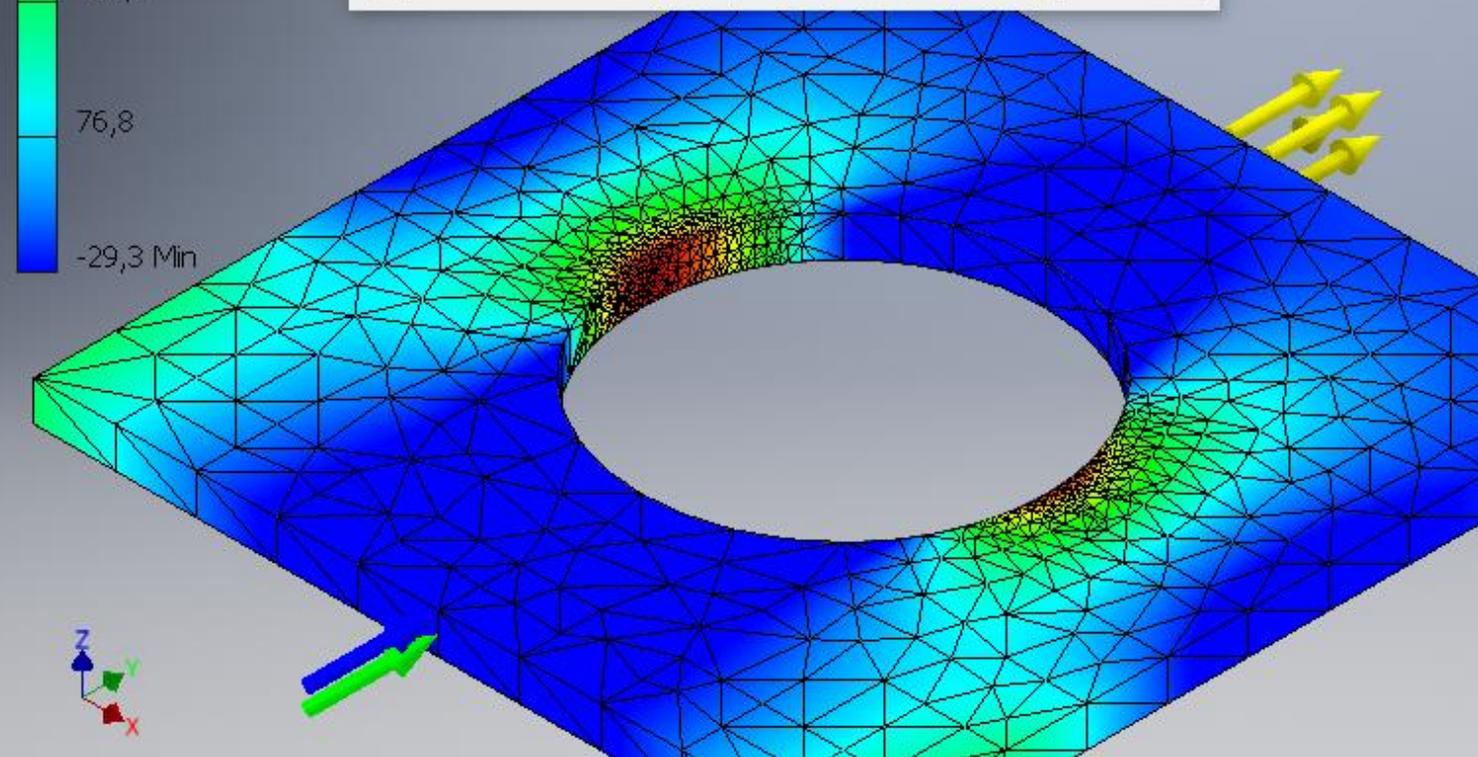
- Sollecitazione di Von Mises
- Prima sollecitazione principale
- Terza sollecitazione principale
- Spostamento

Selezioni geometria

- Tutta la geometria
- Includi la geometria selezionata
- Escludi la geometria selezionata

Facce

Reimposta OK Annulla

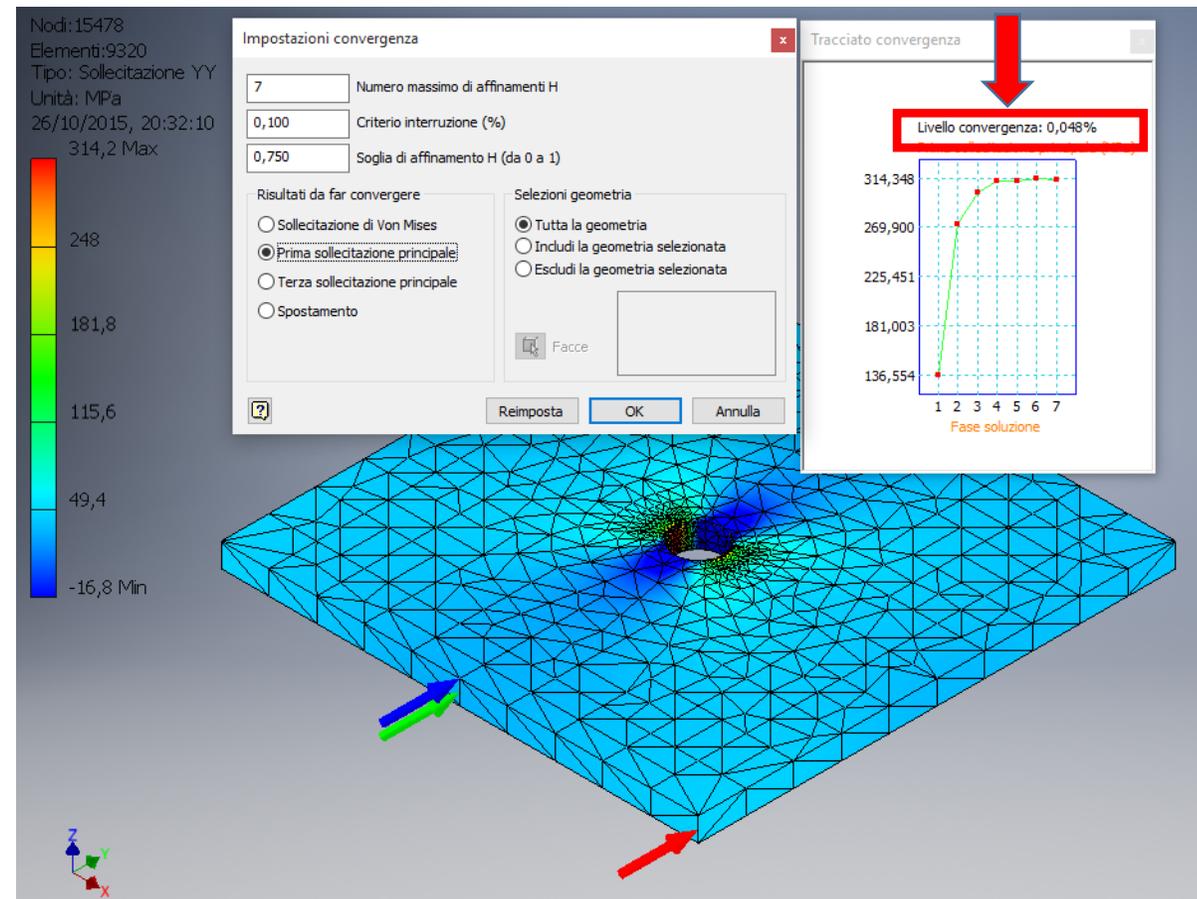
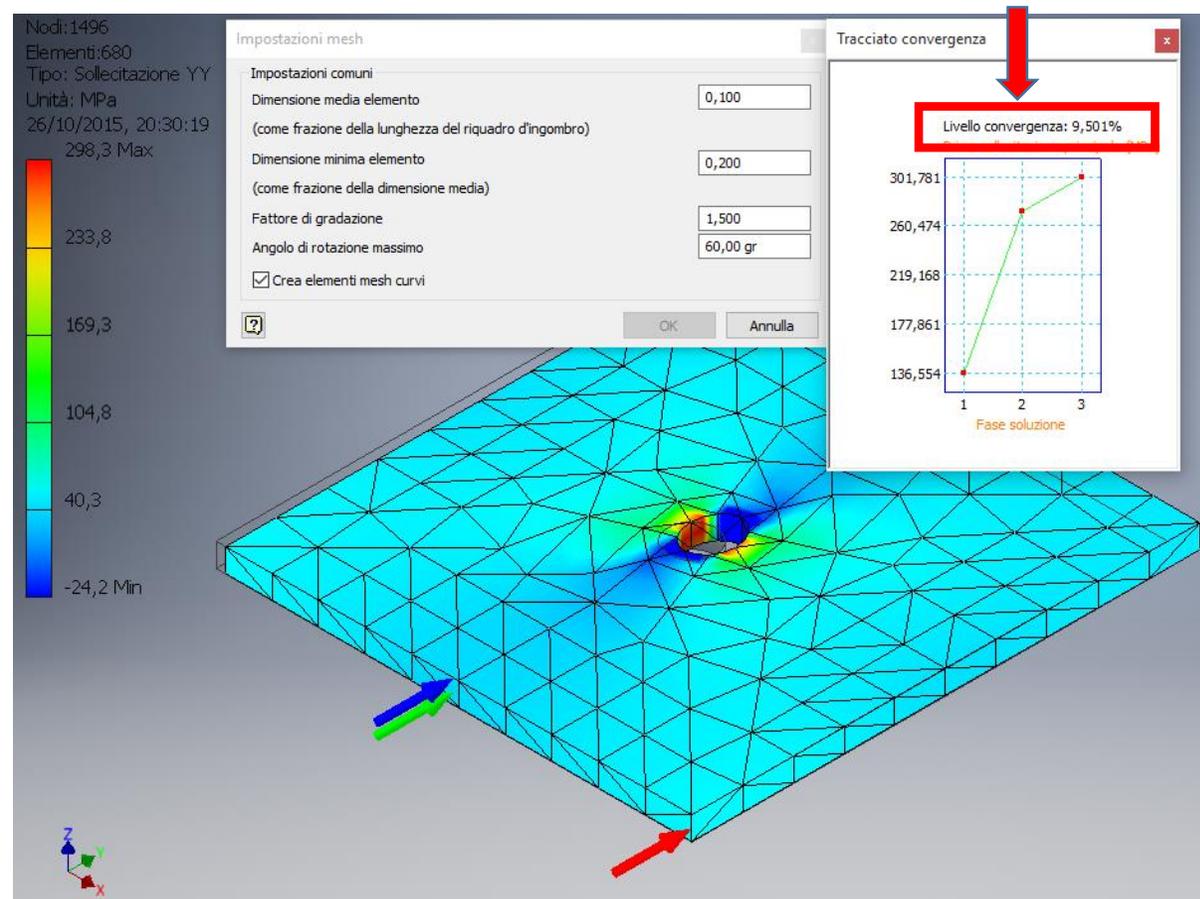
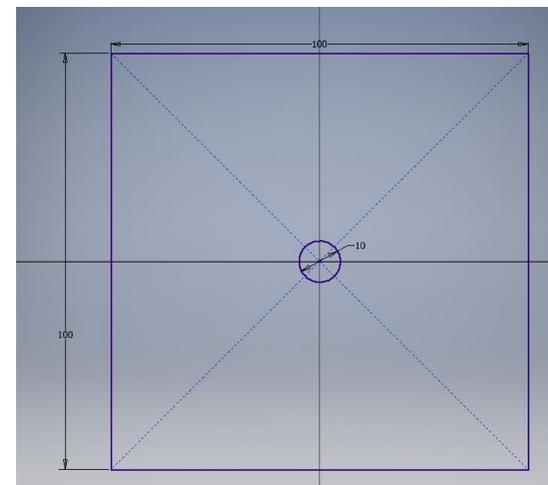


UN ALTRO ESEMPIO

$$\sigma_{nom} = \sigma_{yy} = \frac{F}{A} = \frac{100 * (5 * 100)}{(100 - 10) * 5} = 111 \text{MPa}$$

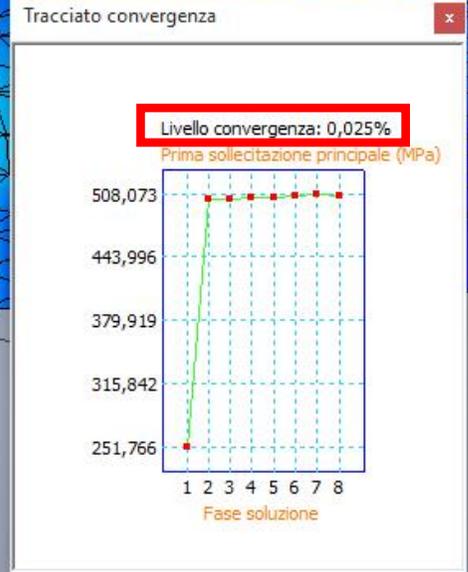
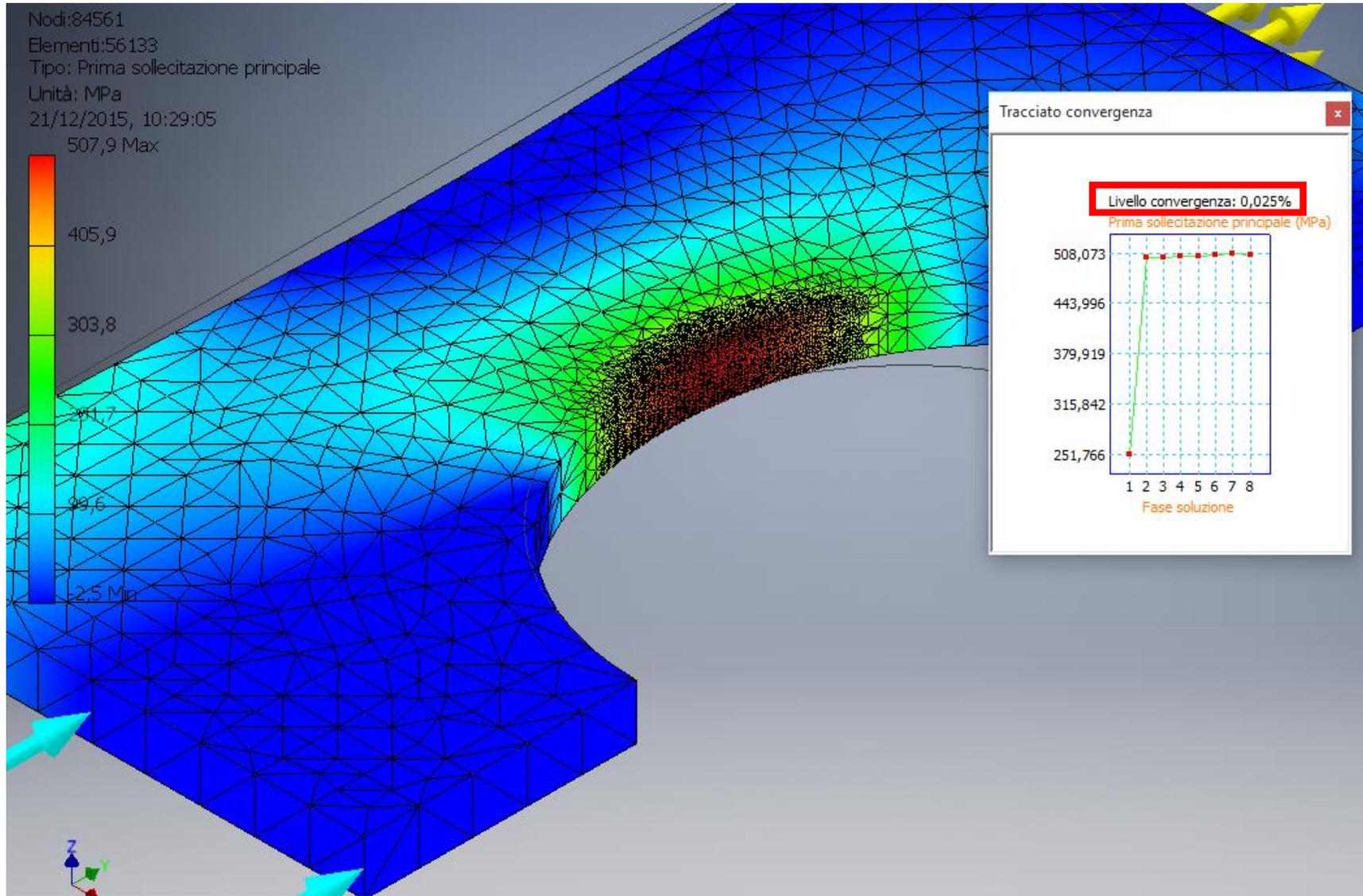
$$\frac{d}{H} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ Allora: } K_t = 2,7$$

$$\sigma_{th} = \sigma_{nom} * K_t = 299,7 \text{MPa}$$



LA SIMMETRIA

Nodi:84561
Elementi:56133
Tipo: Prima sollecitazione principale
Unità: MPa
21/12/2015, 10:29:05



CONCLUSIONI

- In entrambi gli esempi analizzati i risultati teorici vengono confermati dai risultati fem. Nel caso di piccolo diametro del foro sulla lastra, la differenza fra risultati teorici e FEM è minima. Nel caso di diametro del foro maggiore lo scostamento è più marcato. Il calcolo teorico, infatti, si basa sull'ipotesi di foro piccolo rispetto alla lastra.
- In entrambi gli esempi sembrerebbe che i risultati ottenuti con mesh grossolana sono più precisi.
- Si nota, in realtà, che le analisi fem con l'impostazione della convergenza forniscono un risultato molto più accurato. Si veda infatti il livello di convergenza ottenuto nei due casi di mesh grossolana e mesh adeguatamente impostata.
- Infine, come da aspettative, l'utilizzo della simmetria ha permesso di migliorare ulteriormente la qualità dei risultati. Usando la meshatura adattiva nella zona di interesse la dimensione degli elementi finiti è stata ridotta notevolmente.

L'analisi fem è uno strumento utile ma deve sempre essere accompagnato da uno studio teorico per valutare caso per caso l'affidabilità dei risultati.

Alberi variamente caricati

IL PROBLEMA

Dati alcuni alberi sollecitati diversamente si vuole confrontare la tensione interna calcolata con il metodo teorico studiato in Scienza delle Costruzioni con quella calcolata con il metodo degli elementi finiti.

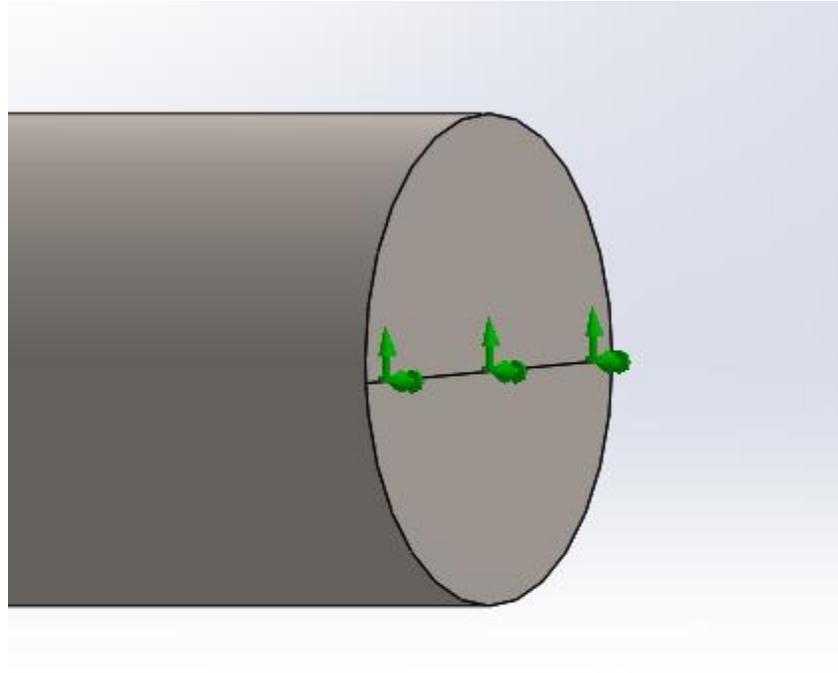
ALCUNE CONSIDERAZIONI

- Con il software prescelto allo scopo, Solidworks, si può modellizzare in modi differenti il vincolamento dell'albero. Si è cercato di rendere al meglio le reazioni vincolari e di permettere alle facce vincolate di ruotare al fine di rendere il modello da analizzare con il fem confrontabile con i risultati teorici.
- Si è studiata la sollecitazione interna nelle sezioni più sollecitate degli alberi, realizzando i cerchi di Mohr nei punti di interesse.
- Mediante il software, usando la funzione sonda, si è indagato il valore delle tensioni interne nei medesimi punti dove è stata condotta l'analisi teorica.

IL VINCOLAMENTO

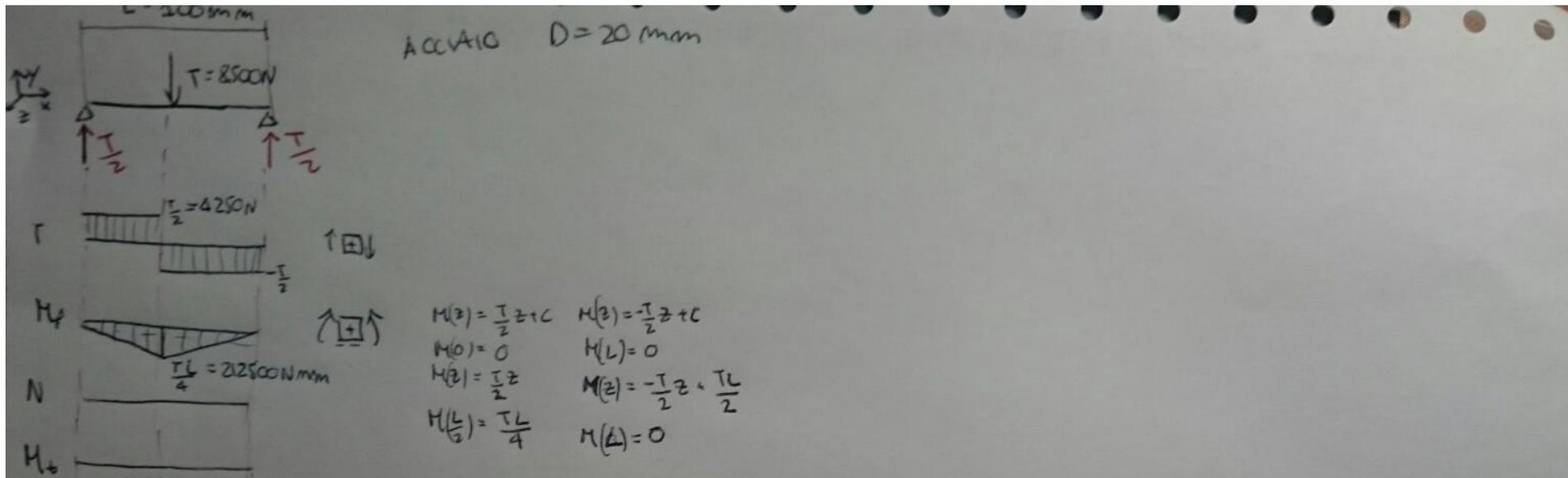
Le facce alle estremità degli alberi sono state divise e si è vincolato con vincolo fisso unicamente il segmento di divisione.

In tal modo la faccia risulta libera di ruotare attorno al medesimo segmento. Non si inducono pertanto tensioni fittizie rilevanti in zone diverse da quelle di applicazione del vincolo.

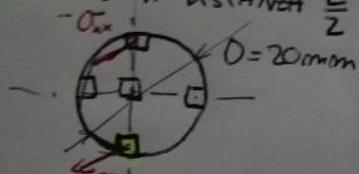


Si sarebbe ovviamente potuto ricavare uno spallamento e vincolare la superficie cilindrica ottenuta. In tal modo però il modello ottenuto si discosterebbe maggiormente dal modello di trave su appoggi utilizzata nei calcoli teorici sia per quanto riguarda le reazioni vincolari ottenibili che per i valori delle tensioni interne.

Albero 1

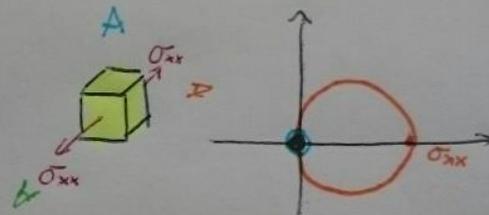


SEZIONE A DISTANZA $\frac{L}{2}$



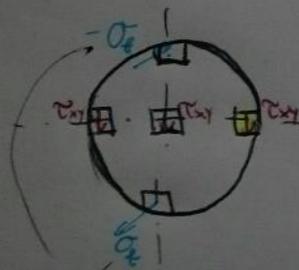
σ_{xx} → Tensione dovuta a M_f massima

$$\sigma_{xx} = \frac{32 M_f}{\pi D^3} = 270 \text{ MPa}$$



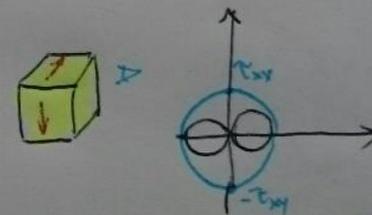
$$\begin{aligned} \sigma_I &= \sigma_{xx} \\ \sigma_{II} &= \sigma_{III} = 0 \end{aligned}$$

SEZIONE A DISTANZA $e > \frac{L}{2}$



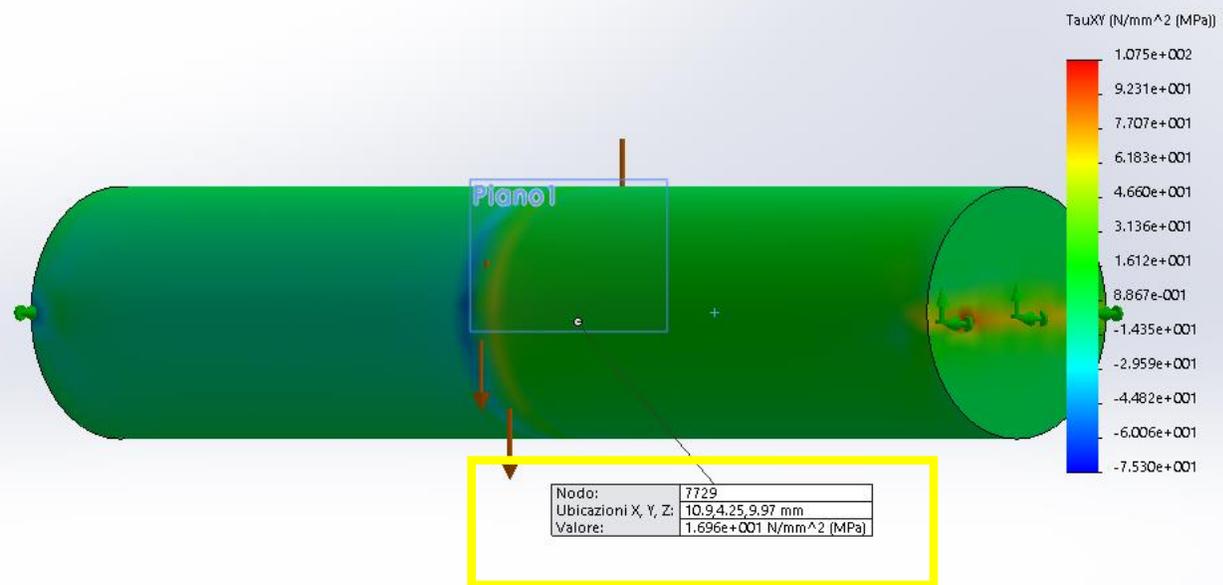
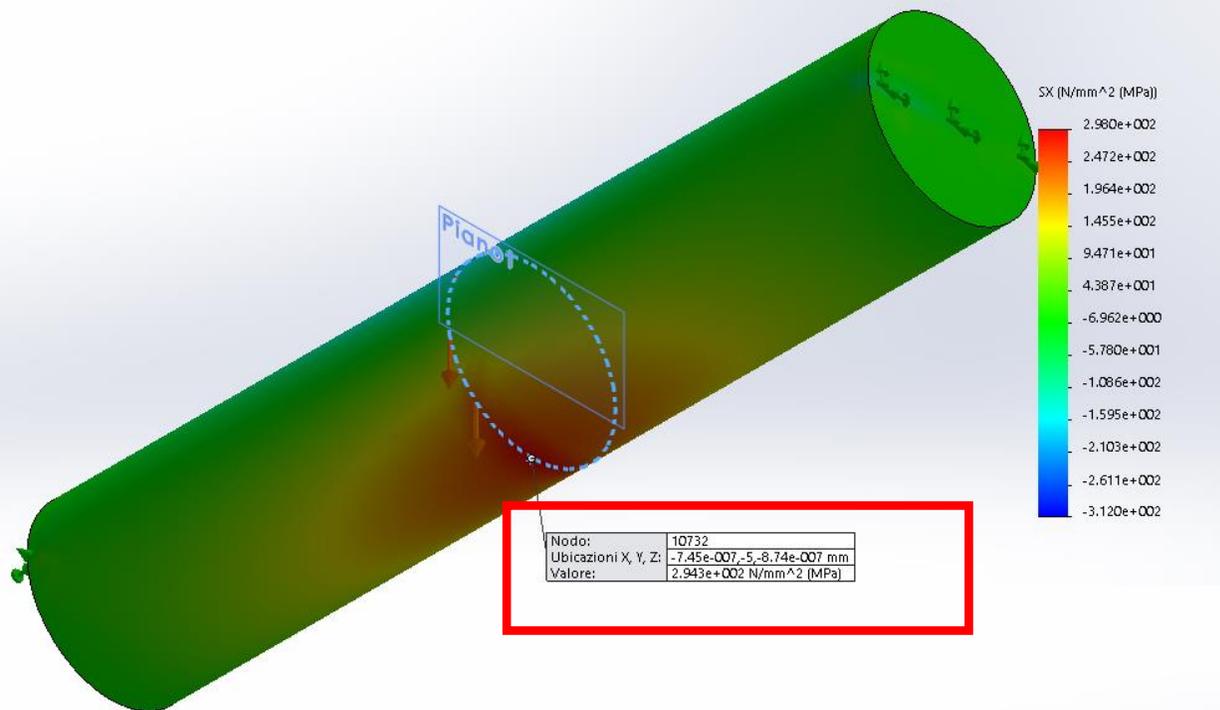
→ Tensione dovuta a T massima

$$\tau_{xy} = \frac{4}{3} \frac{T}{A} = 18 \text{ MPa}$$

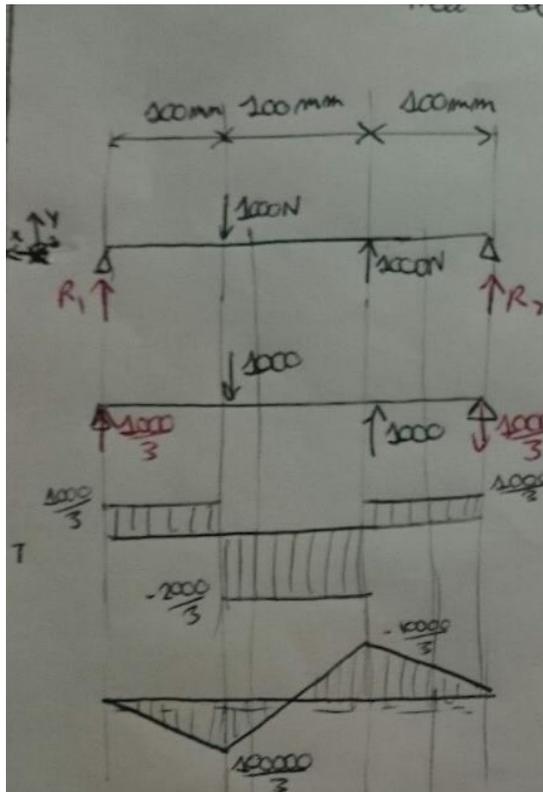


$$\begin{aligned} \sigma_I &= \tau_{xy} \\ \sigma_{II} &= 0 \\ \sigma_{III} &= -\tau_{xy} \end{aligned}$$

dovute a M_f ⇒ sono minori di σ_{xx} calcolata nell'altra sezione!



Albero 2



ACCIAIO $D=20\text{ mm}$

$$R_1 + R_2 + 1000 = 1000 \quad R_1 = -R_2 \quad R_1 = \frac{1000}{3} \text{ N}$$

$$-1000 \cdot 100 + 1000 \cdot 200 + R_2 \cdot 300 = 0 \quad R_2 = -\frac{1000}{3} \text{ N}$$

$$M(z) = \frac{1000}{3} z + C$$

$$M(0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$M(z) = \frac{1000}{3} z$$

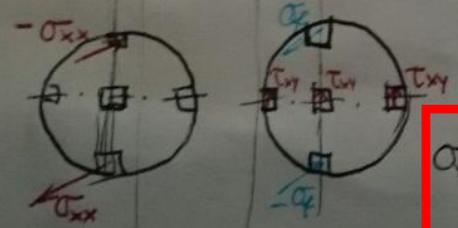
$$M(100) = \frac{100000}{3}$$

$$M(z) = -\frac{2000}{3} z + C$$

$$M(0) = \frac{100000}{3} \Rightarrow C = \frac{100000}{3}$$

$$M(z) = -\frac{2000}{3} z + \frac{100000}{3}$$

$$M(200) = -\frac{100000}{3}$$

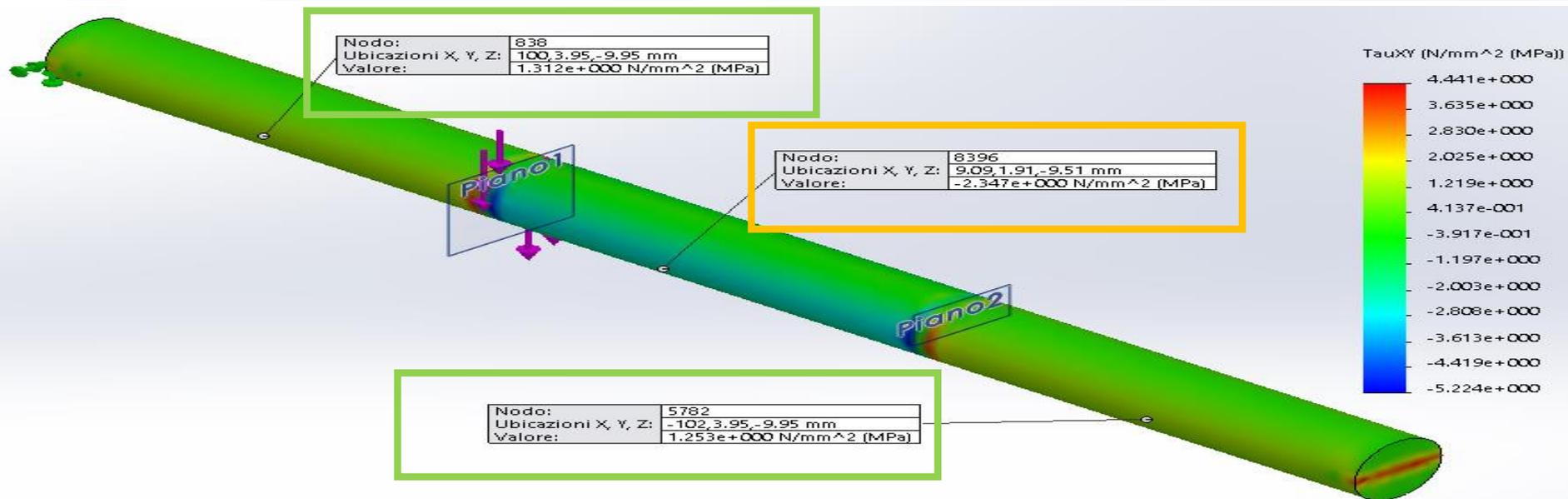
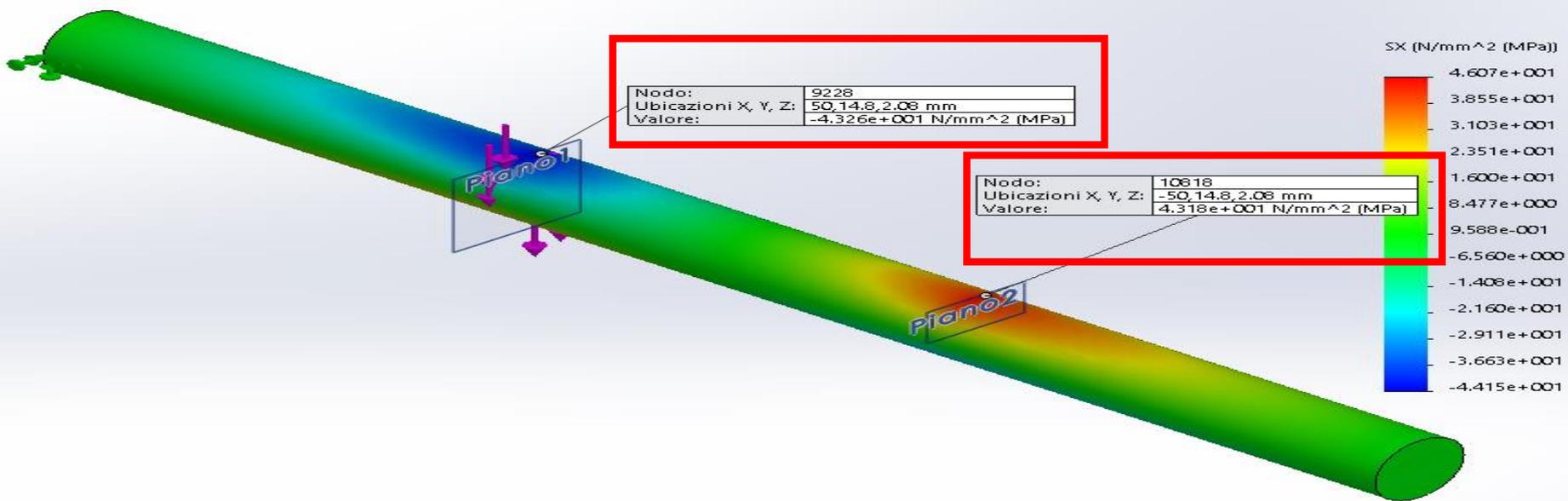


$$\sigma_{xx} = \frac{32 M_{\text{max}}}{\pi D^3} = 42,4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{4}{3} \frac{\frac{1000}{3}}{A} = 0,35 \text{ MPa}$$

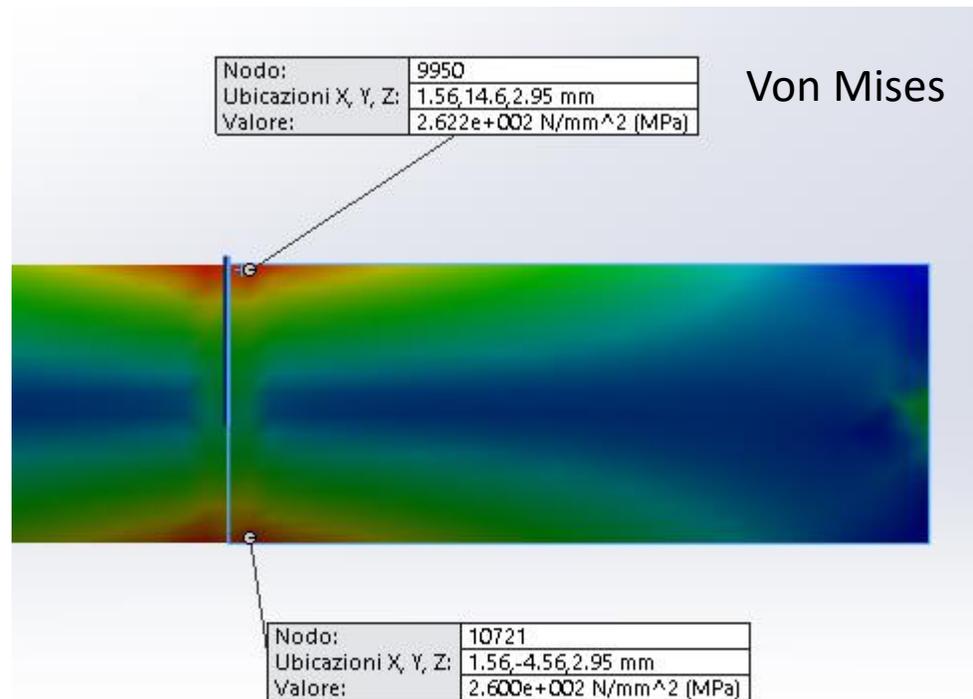
$$\tau_{xy'} = \frac{4}{3} \frac{2000}{3} = 0,7 \text{ MPa}$$

simili circolari di Mohr

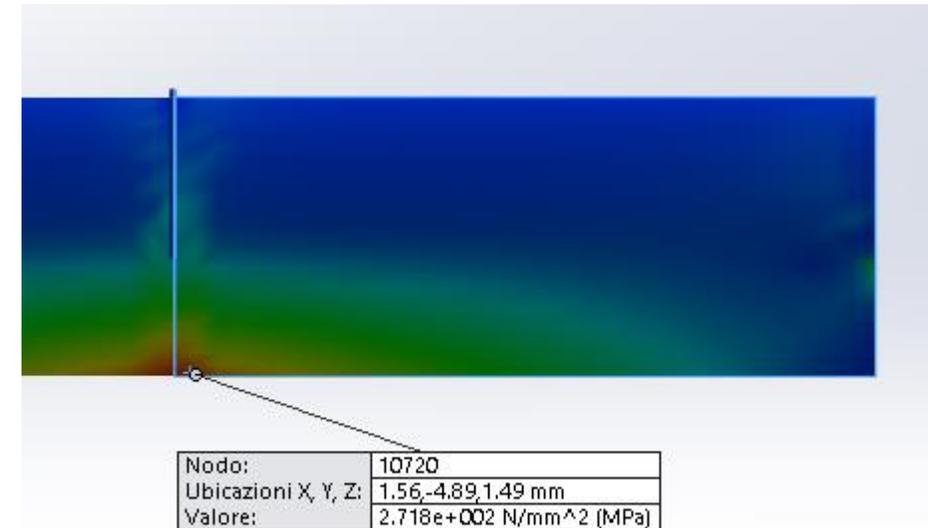


CONCLUSIONI

- In entrambi gli esempi analizzati i risultati teorici vengono confermati dai risultati fem.
- Se sono note a priori le direzioni principali e l'andamento delle tensioni nelle sezioni, come nei casi studiati, è possibile analizzare ciascuna componente dello stato di sforzo separatamente, ottenendo evidenza sperimentale dei risultati teorici.
- L'utilizzo della tensione di Von Mises invece avrebbe invece impedito di estrarre dal modello parte dell'informazione, direzione delle tau e delle sigma, pur essendo utile ai fini di una verifica statica dello sesso.



Prima principale



Albero con gola

IL PROBLEMA

L'intaglio sull'albero soggetto a un'azione flettente ed una torcente induce una sovratensione. Si vuole confrontare la tensione interna calcolata con il metodo teorico con quella calcolata con il metodo degli elementi finiti.

ALCUNE CONSIDERAZIONI

- Si è studiata la sollecitazione nella sezione di gola dell'albero. Si è tenuto conto che il momento flettente applicato genera una tensione circonferenziale sul fondo della gola.
- Mediante il software Inventor, usando la funzione sonda e dati ottenuti dal report, si è indagato il valore delle tensioni interne nei medesimi punti dove è stata condotta l'analisi teorica.

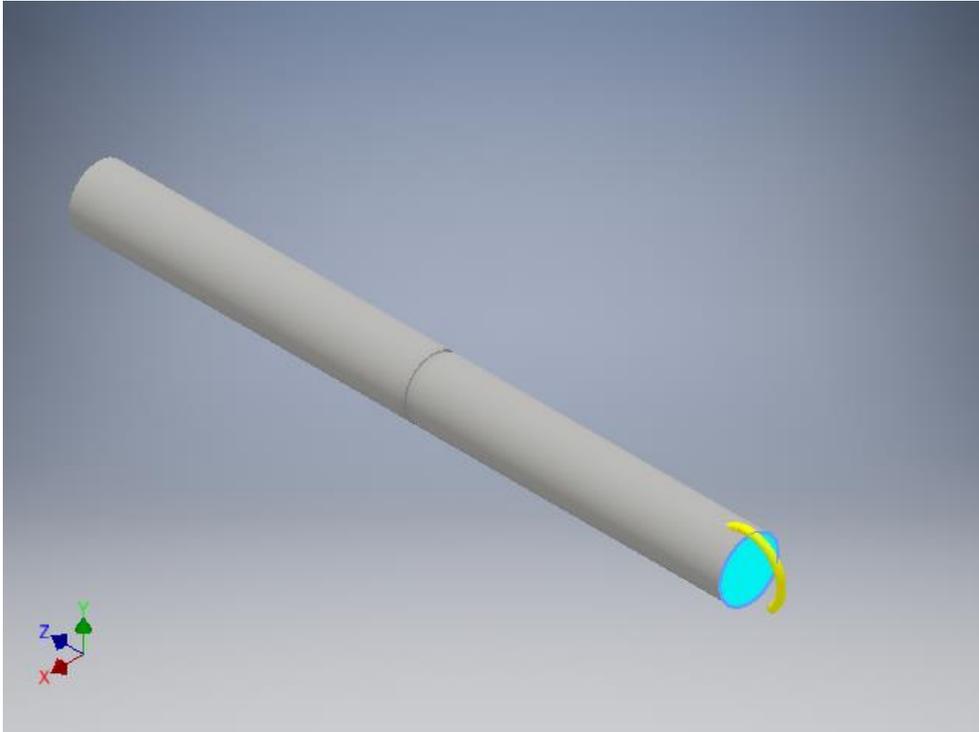
DATI E VINCOLI

Nome	Acciaio	
Generale	Densità della massa	7,85 g/cm ³
	Resistenza allo snervamento	207 MPa
	Resistenza massima a trazione	345 MPa
Sollecitazione	Modulo di Young	210 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	80,7692 GPa



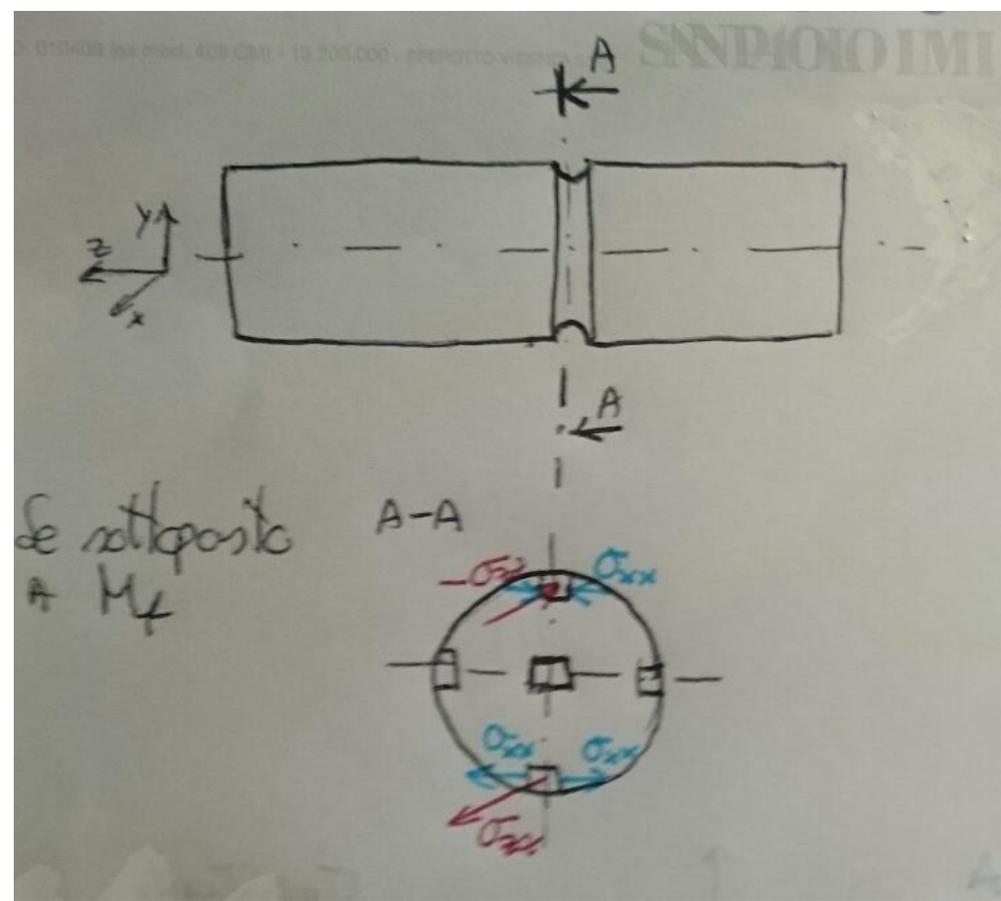
- Diametro maggiore= $D=90\text{mm}$
- Diametro minore= $d=80\text{mm}$

L'effetto del momento flettente



Tipo carico	Momento
Intensità	4500000,000 N mm
X vettore	4500000,000 N mm
Y vettore	0,000 N mm
Z vettore	0,000 N mm

$K_{tf} = 2.2$ Ottenuto dai grafici dei Ktf



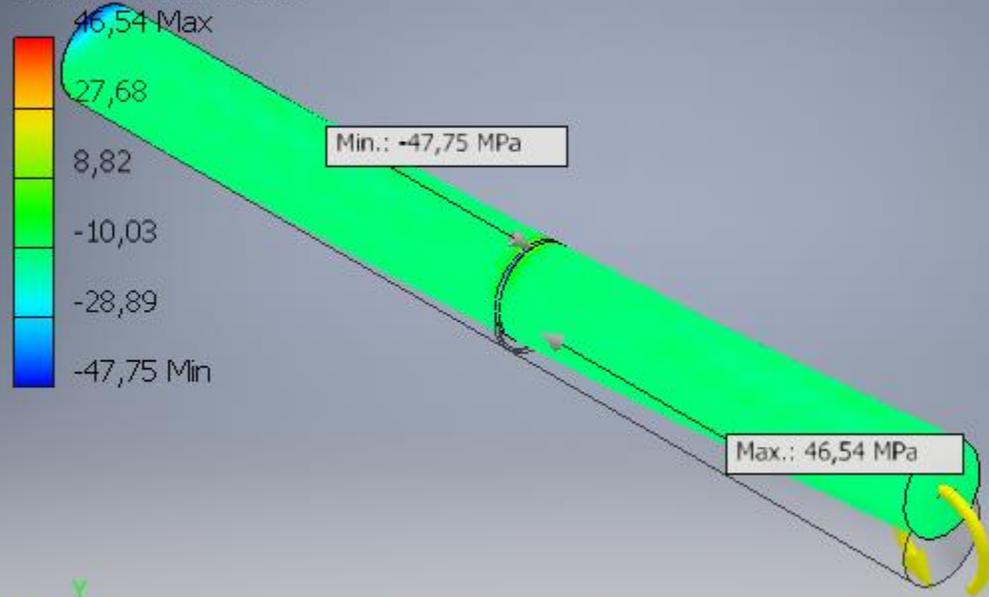
$$\sigma_{nom} = \frac{32M_f}{\pi d^3} = 89\text{MPa}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{zz} = \sigma_{nom} K_{tf} = 198\text{MPa}$$

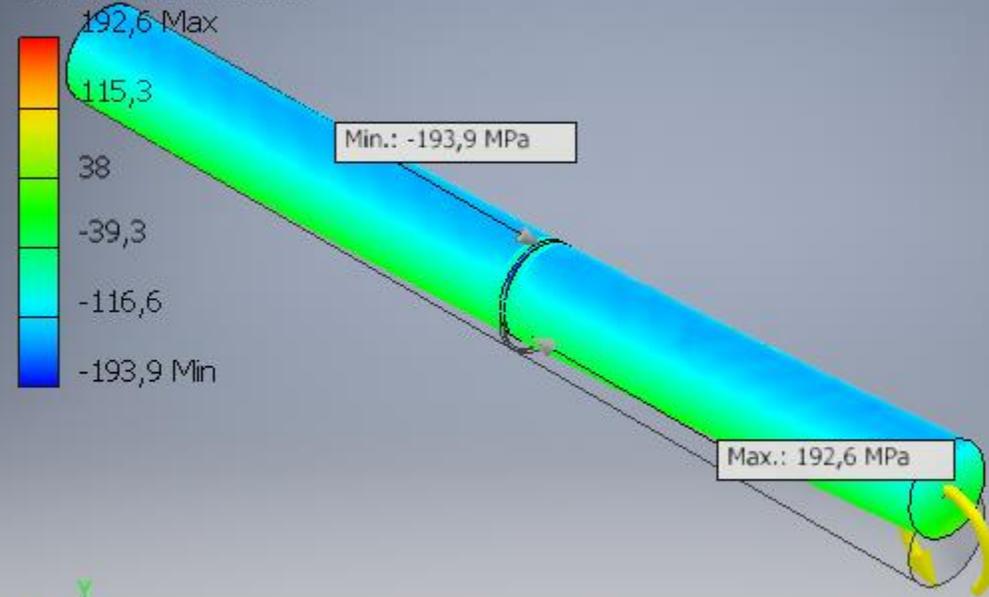
$$\sigma_{\theta} = \sigma_{xx} = \nu * \sigma_{max} = 0.3 * 198 = 59.4\text{MPa}$$

Prima sollecitazione principale	-26,3347 MPa	193,928 MPa
Terza sollecitazione principale	-197,124 MPa	26,0702 MPa
Spostamento	0 mm	3,32662 mm
Fattore di sicurezza	1,15961 su	15 su
Sollecitazione XX=σ_{xx}	-47,7484 MPa	46,5388 MPa
Sollecitazione XY	-16,3608 MPa	16,6677 MPa
Sollecitazione XZ	-21,2373 MPa	22,9139 MPa
Sollecitazione YY	-29,4543 MPa	37,3765 MPa
Sollecitazione YZ	-43,2365 MPa	43,4308 MPa
Sollecitazione ZZ=σ_{zz}	-193,872 MPa	192,622 MPa

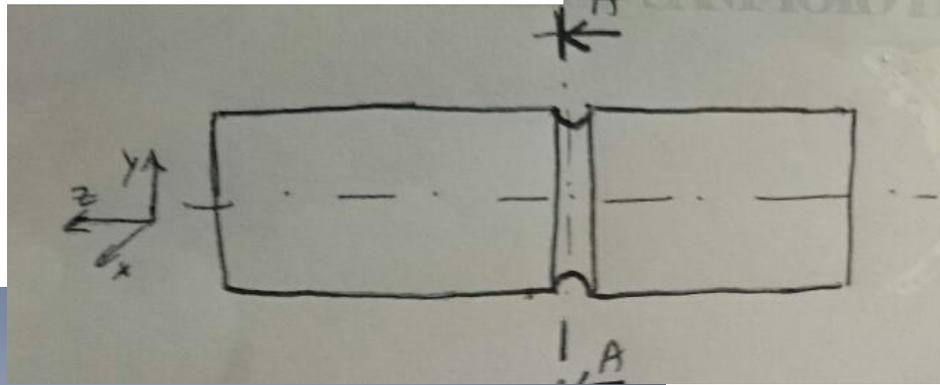
Tipo: Sollecitazione XX
Unità: MPa
18/10/2015, 12:02:23



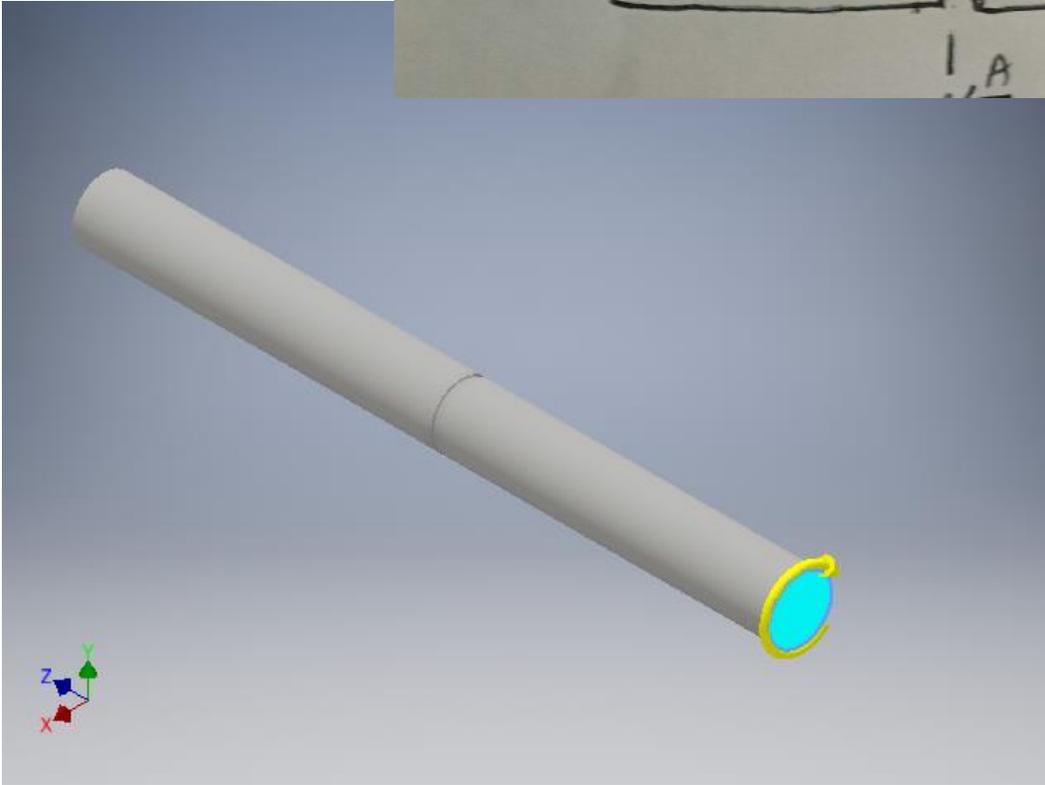
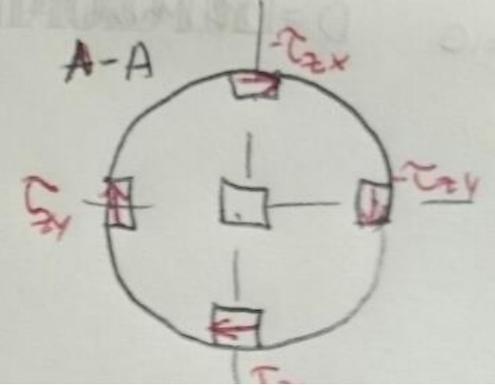
Tipo: Sollecitazione ZZ
Unità: MPa
18/10/2015, 12:02:25



L'effetto del momento torcente



de sottoposto
a M_t



$K_{tt} = 1.63$ Ottenuto dal grafico del K_{tt}

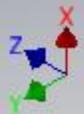
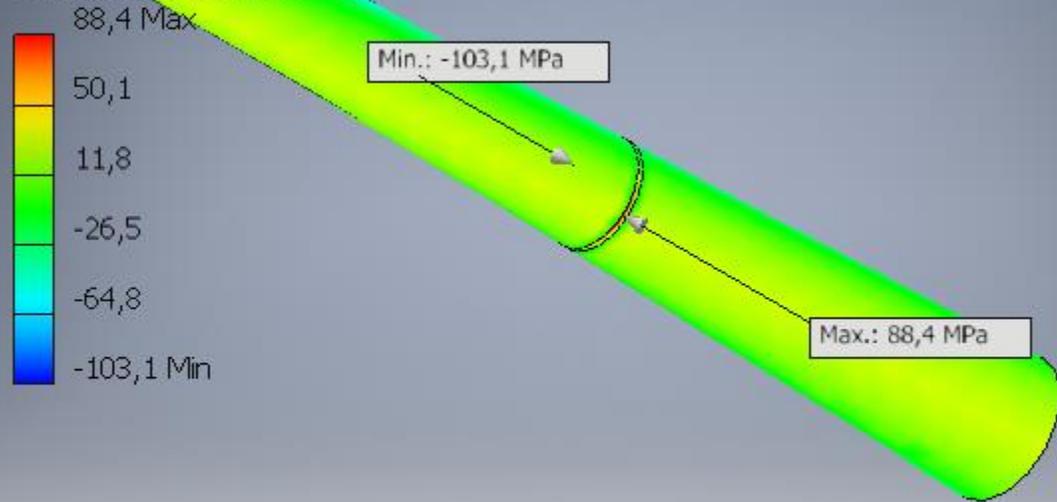
$$\tau_{nom} = \frac{16M_t}{\pi d^3} = 60\text{MPa}$$

$$\tau_{max} = \tau_{zx} = \tau_{zy} = \tau_{nom} K_{tt} = 95.5\text{MPa}$$

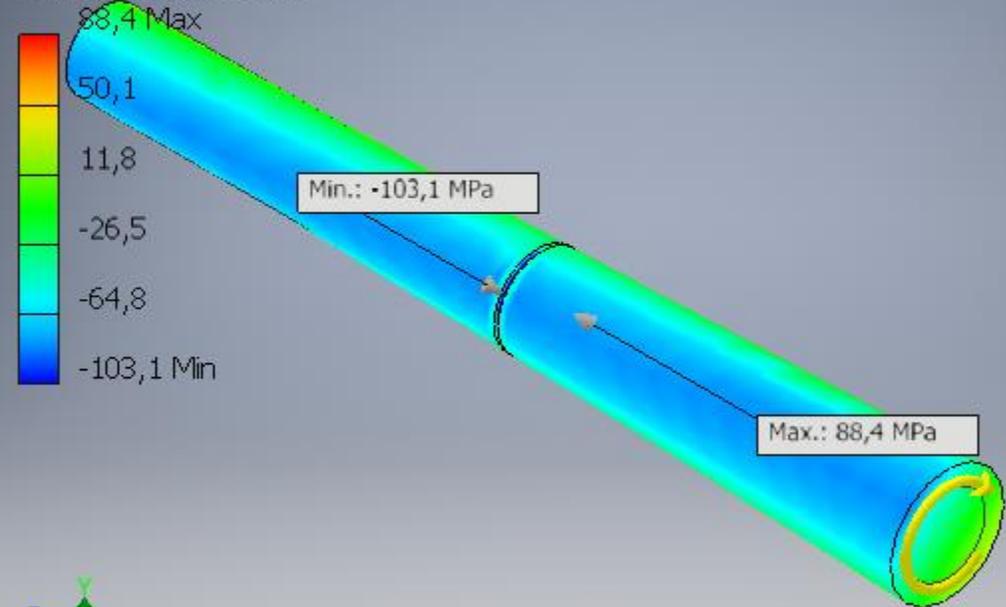
Tipo carico	Momento
Intensità	6000000,000 N mm
X vettore	0,000 N mm
Y vettore	0,000 N mm
Z vettore	6000000,000 N mm

Prima sollecitazione principale	0,921387 MPa	112,541 MPa
Terza sollecitazione principale	-109,335 MPa	-4,95196 MPa
Spostamento	0 mm	0,519893 mm
Fattore di sicurezza	1,15015 su	15 su
Sollecitazione XX	-41,6446 MPa	42,1762 MPa
Sollecitazione XY	-46,8569 MPa	41,5663 MPa
Sollecitazione XZ	-89,0496 MPa	88,0111 MPa
Sollecitazione YY	-45,625 MPa	42,9506 MPa
Sollecitazione YZ=taumax	-103,083 MPa	88,4202 MPa
Sollecitazione ZZ	-9,2208 MPa	8,4775 MPa

Tipo: Sollecitazione YZ
Unità: MPa
18/10/2015, 12:02:36



Tipo: Sollecitazione YZ
Unità: MPa
18/10/2015, 12:02:36



CONCLUSIONI

- I risultati teorici vengono confermati dall'analisi agli elementi finiti.
- Come da aspettative sul fondo della gola si sviluppa una tensione circonferenziale per effetto del momento flettente.
- È possibile utilizzare la sovrapposizione degli effetti per studiare il caso con momento torcente e flettente contemporaneamente applicati.

Considerazioni finali

- I risultati teorici vengono confermati dall'analisi agli elementi finiti SOLO SE IL MODELLO VIENE REALIZZATO CON CRITERIO E SCELTE OCULATE. Affinché i risultati fem e teorici siano confrontabili occorre attenersi il più possibile alle ipotesi alla base della teoria.
- Senza un calcolo teorico preliminare è impossibile stabilire se la scelta del vincolamento e dell'applicazione dei carichi mediante il software prescelto porta a risultati corretti. L'analisi fem è uno strumento utile ma deve sempre essere accompagnato da uno studio teorico per valutarne caso per caso l'affidabilità.
- Ciascun programma utilizzato ha pregi e difetti: a mio avviso Inventor presenta una semplicità e leggerezza elevate, in Solidworks invece ho riscontrato una maggior precisione ed adattabilità nell'analisi agli elementi finiti.